

Efeito dos zeros nos sistemas de 2a. ordem

Exemplos: sistemas com CI não-nulas, controladores eletrônicos
RLC, filtros em software/hardware

$$G(s) = \frac{s/(\alpha\xi\omega_n) + 1}{(s/\omega_n)^2 + 2\xi(s/\omega_n) + 1}$$

Zero: $s = -\alpha\omega_n = -\alpha\hat{\omega}$

Se o sistema tem dois pólos complexos conjugados e

se $\alpha \ll 1$, o zero está “em cima” da parte real do pólo, com grande influência na resposta

se $\alpha \gg 1$, o zero está “bem para a esquerda”, com pouca influência

Substituindo $s' = s/\hat{\omega}$, $\hat{\omega} = \omega_n$. Entretanto, manteremos a notação s e iremos exprimir o tempo como $t \hat{\omega}_n$.

$$G(s) = \frac{s/(\alpha\xi) + 1}{s^2 + 2\xi s + 1}$$

Fazendo $\hat{\omega} = 0.5$,

$$G(s) = \frac{2s/\alpha + 1}{s^2 + s + 1}$$

Pólos: $s = -0.5 \pm 0.8660j$

Zero: $s = -\alpha/2$

Se $\alpha = 1$, $s = -0.5$ e coincide com a parte real do pólo.

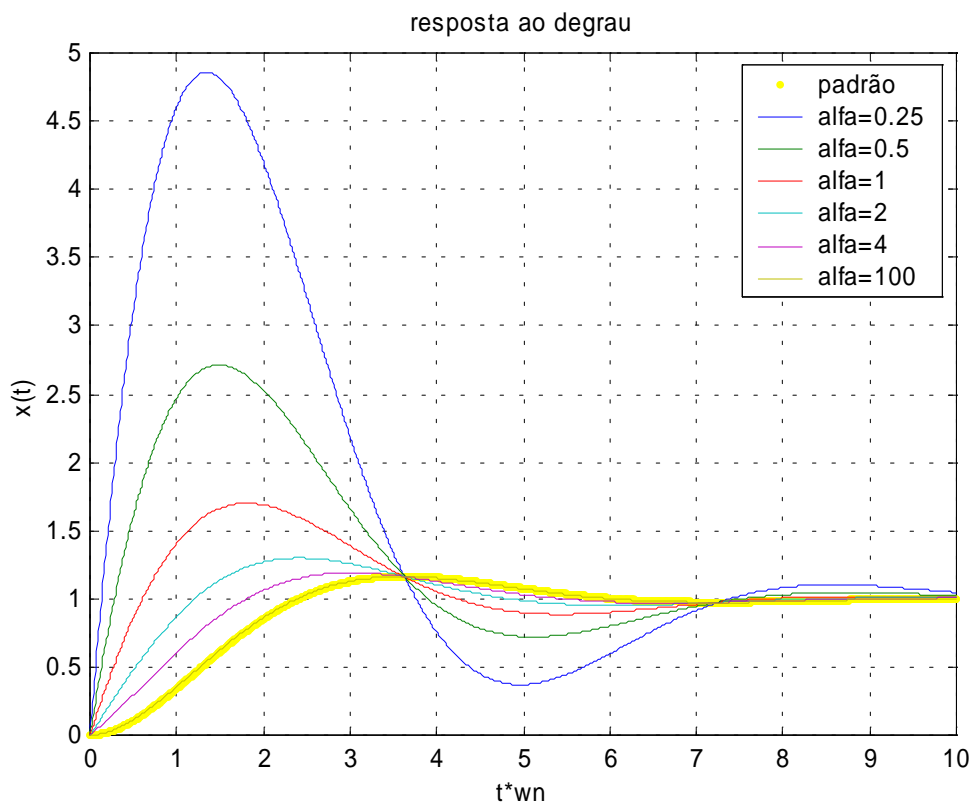
Rotina efeitoz.m

```
clear all
qsi=0.5;
num_p=[1];
```

```

den=[1 2*psi 1];
t=0:0.01:10;
x=step(num_p,den,t);
alfa=0.25;
x025=step([1/(alfa*psi) 1],den,t);
alfa=0.5;
x05=step([1/(alfa*psi) 1],den,t);
alfa=1;
x1=step([1/(alfa*psi) 1],den,t);
alfa=2;
x2=step([1/(alfa*psi) 1],den,t);
alfa=4;
x4=step([1/(alfa*psi) 1],den,t);
alfa=100;
x100=step([1/(alfa*psi) 1],den,t);

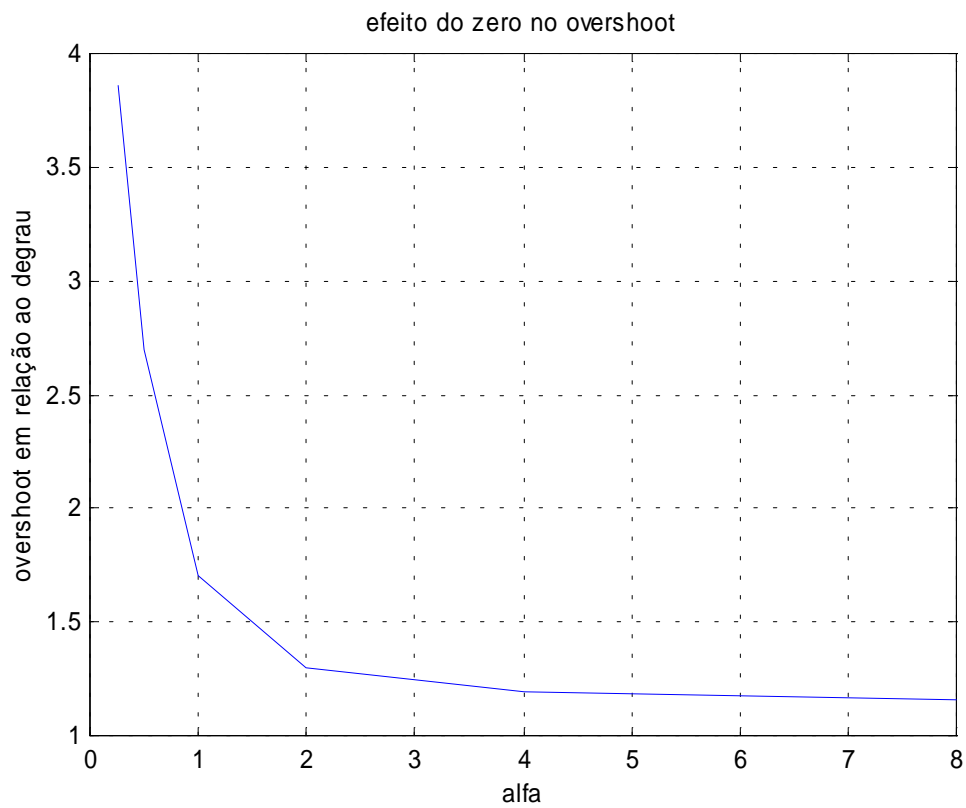
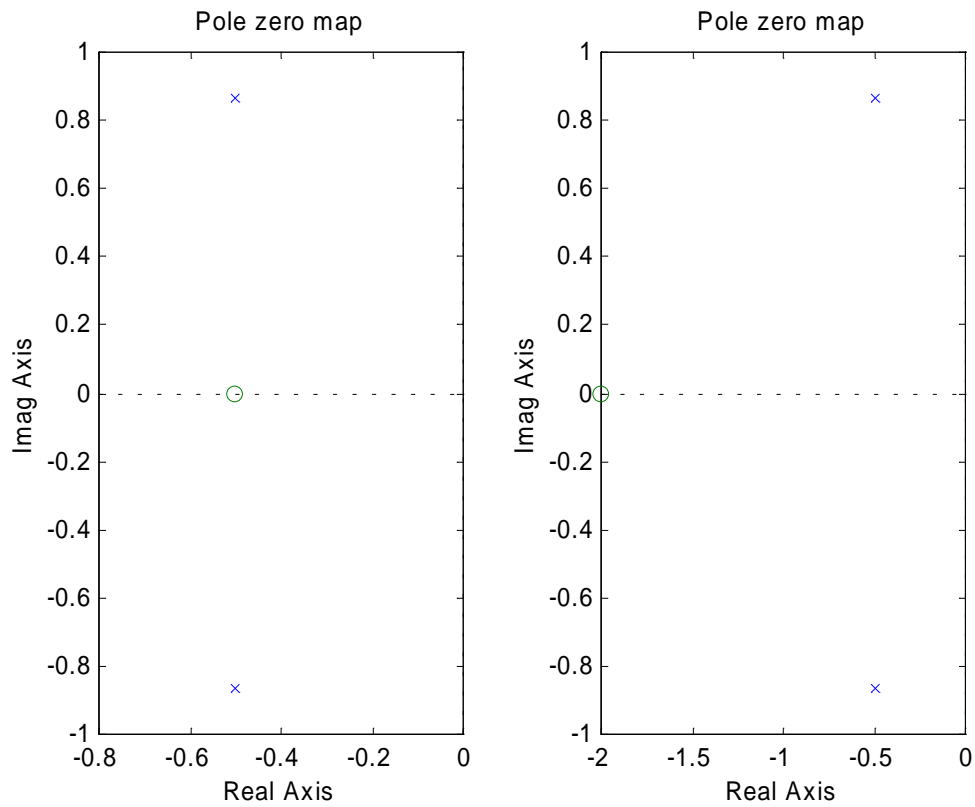
```



```

alfa=1;
pzmap([1/(alfa*psi) 1],den);
alfa=4;
pzmap([1/(alfa*psi) 1],den);

```



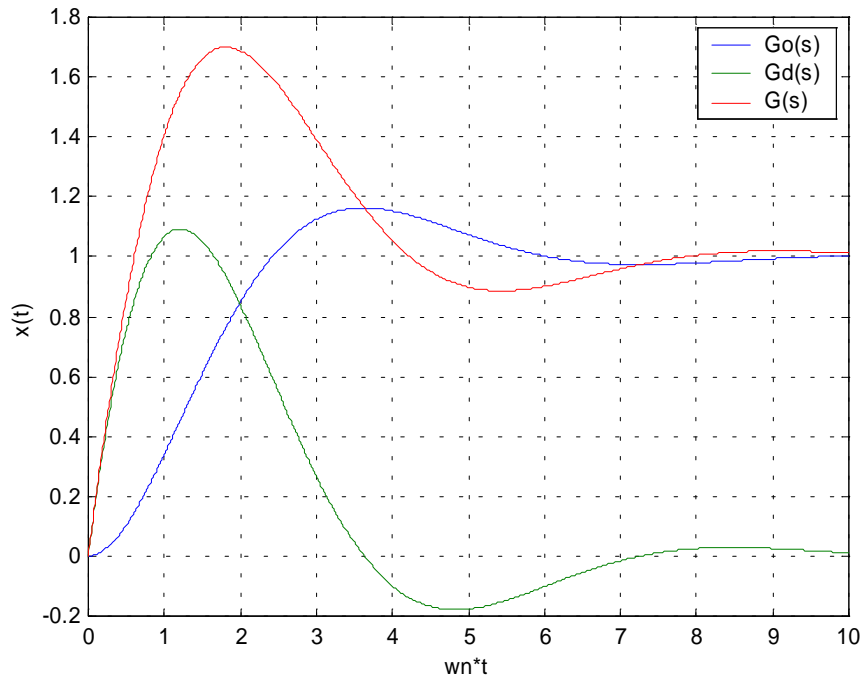
Para entender o que acontece:

Veja que:
$$G(s) = \frac{s/(\alpha\xi)+1}{s^2+2\xi s+1} = \frac{1}{s^2+2\xi s+1} + \frac{1}{\alpha\xi} \frac{s}{s^2+2\xi s+1} = G_o(s) + G_d(s)$$

```

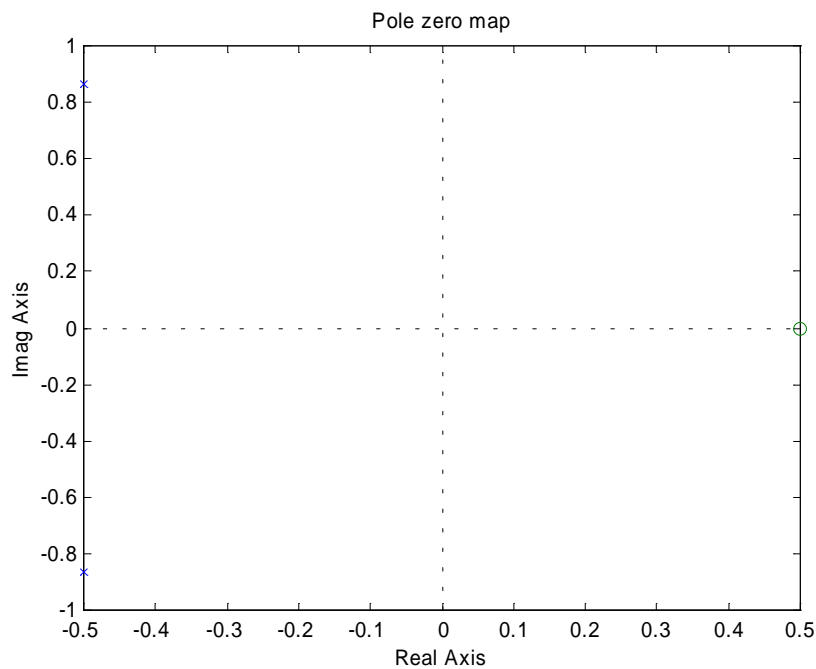
alfa=1;
xo=x; % resposta padrão do sist de 2a. ordem
xd=step([1/(alfa*qsí) 0],den,t); %resposta derivativa
plot(t,xo,t,xd,t,x1)

```



Zero no lado direito do plano complexo

$\alpha < 0$; para $\alpha = -1$,

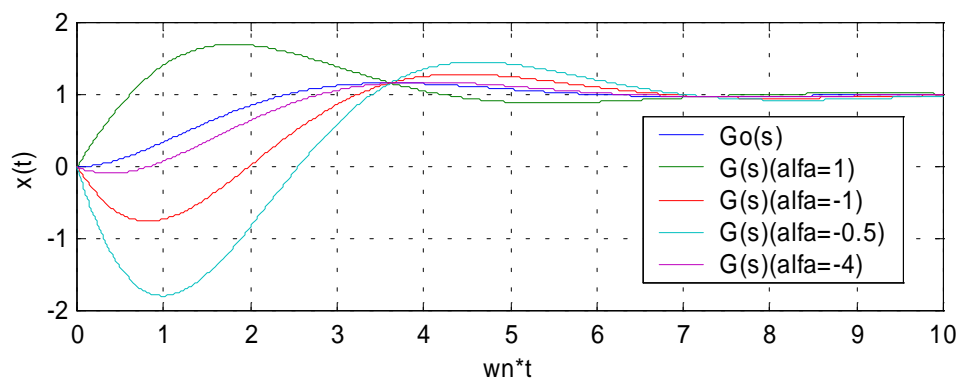
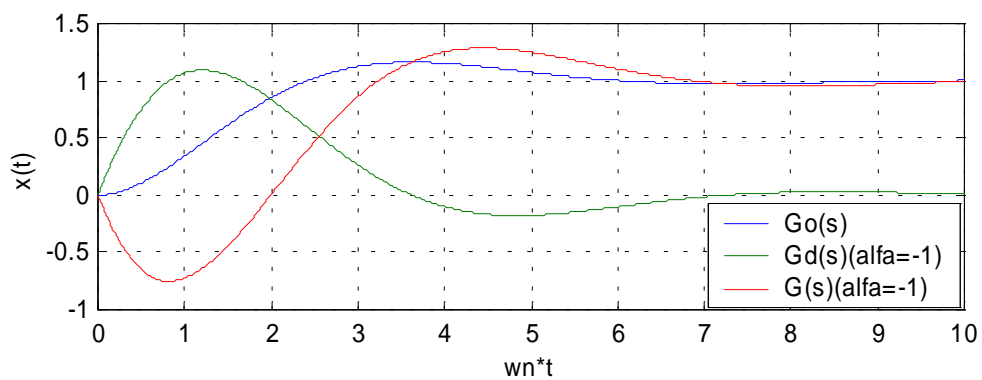


Este é um sistema chamado ‘de zero de fase não mínima’

```

xo=x; % resposta padrão do sist de 2a. ordem
xd=step([1/(alfa*qsi) 0],den,t); %resposta derivativa
alfa=-1;
xZRHP=step([1/(alfa*qsi) 1],den,t);
figure(5)
pzmap([1/(alfa*qsi) 1],den)
alfa=-0.5;
xZRHP05=step([1/(alfa*qsi) 1],den,t);
alfa=-4;
xZRHP4=step([1/(alfa*qsi) 1],den,t);
plot(t,xo,t,xd,t,xZRHP)
plot(t,xo,t,x1,t,xZRHP,t,xZRHP05,t,xZRHP4)

```



Efeito de pólos extras

```

num=1;
PE05=[1/0.5 1];
PE1=[1/1 1];
PE2=[1/2 1];
PE4=[1/4 1];
PE10=[1/10 1];
den05=conv(PE05,den);
den1=conv(PE1,den);
den2=conv(PE2,den);
den4=conv(PE4,den);
den10=conv(PE10,den);
x05=step(num,den05,t);
x1=step(num,den1,t);
x2=step(num,den2,t);
x4=step(num,den4,t);
x10=step(num,den10,t);

```

